Краевое государственное бюджетное профессиональное образовательное учреждение

«АЧИНСКИЙ КОЛЛЕДЖ ОТРАСЛЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ И БИЗНЕСА»

***Исследовательская работа***

***По дисциплине: математика***

***Тема: Кривые второго порядка. Эллипсис, эллипсоид.***

Выполнила: студентка группы 362-ПИ

Гиевая Мария.

Преподаватель: Янченко Н.А.

Ачинск, 2021г

***Содержание***

***Введение……………………………………………………………………………….………3***

***Кривые второго порядка. Эллипс.........................................................................................4***

***Элементы эллипса...........................................................................................................5-6***

***Каноническое уравнение эллипса и ее свойства………………………………….…….7-9***

***Вывод канонического уравнения эллипса……………………………………..………….5***

***Заключение……………………………………………………………………………………6***

***Литература ………………………………………………………………………………...…..7***

***Введение***

Ученые-математики Древней Греции активно занимались исследованиями задач, которые впоследствии стали называться знаменитыми задачами древности: об удвоении куба, о трисекции угла, о квадратуре круга. Работа с ними вывела ученых на проблему, связанную с изучением линий, отличных от прямых и окружностей: эллипс, парабола, гипербола.

Менехм (IV в. до н.э.) предложил для решения этих задач конические сечения – это такие кривые, которые получаются сечением конуса плоскостью, перпендикулярной одной из образующих (получаются три различные кривые в зависимости от того, какой конус сечется плоскостью – остроугольный, прямоугольный или тупоугольный). Позднее Аполлоний (III в. до н.э.) назвал их эллипсом, параболой, гиперболой. Он проводил сечения в произвольном конусе плоскостью под любым углом к оси конуса.

Общий вид уравнения кривой второго порядка следующий:

https://function-x.ru/curves/c001.gif

где A, B, C, D, E, F - числа и, хотя бы один из коэффициентов A, B, C не равен нулю.

***Методы исследования***: анализ учебной литературы.

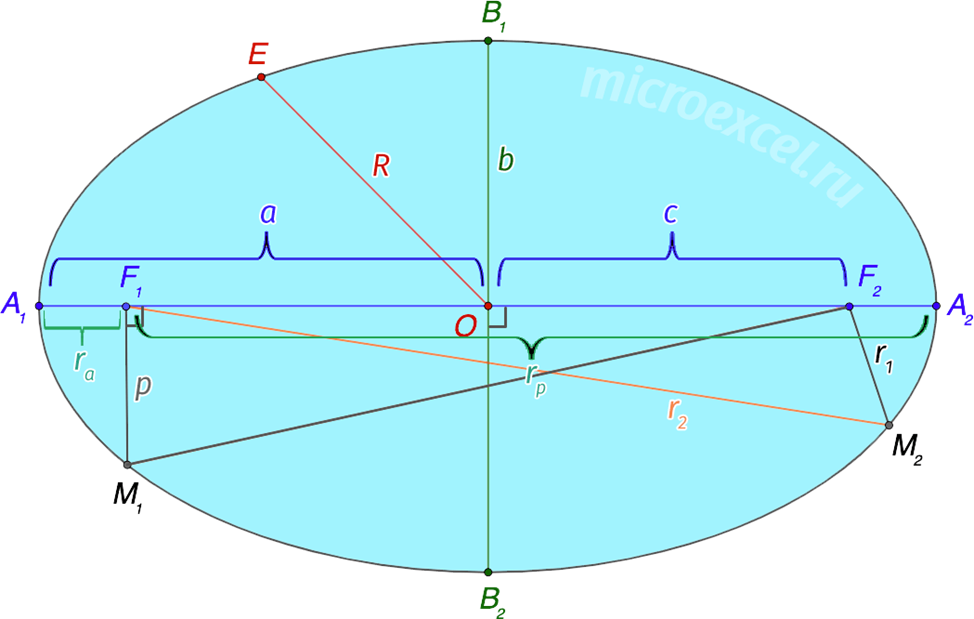
***Кривые второго порядка. Эллипс.***

***Кривыми второго порядка*** на плоскости называются линии пересечения кругового конуса с плоскостями, не проходящими через его вершину.

***Эллипс*** (от греч. «ellipsis» значит «недостаток» - возможно, имеется ввиду недостаток площади деформированной окружности) – эту фигуру знают все. Она была известна еще в Древней Греции. Её открыл некий Менехм около 360 года до нашей эры, а до нас она дошли по сочинению выдающегося математика Аполлония, написанному примерно 200 лет спустя. С эллипсом встречаются в начальной астрономии и географии (траектории движения планет и спутников, форма земного меридиана, путь электрона вокруг ядра атома), в черчении, рисовании и стереометрии (рисунки технических деталей, круглых предметов и геометрических тел).

***Основные свойства эллипсa:***

1. Угол между касательной к эллипсу и фокальным радиусом r1 равен углу между касательной и радиусом r2. Лучи, выпущенные из одного фокуса, после отражения соберутся во втором фокусе.
2. Уравнение касательной к эллипсу в М с координатами (xM, yM): уравнение касательной.
3. Если две параллельные прямые пересекают эллипс, то отрезок соединяющий середины отрезков образовавшихся при пересечении прямых и эллипса, всегда будет проходить через (.) O эллипсa. (Это свойство дает возможность находить центр эллипса.)
4. При равенстве полуосей эллипс превращается в окружность.
5. коническое сечение Эллипс это коническое сечение. Он может быть получен как пересечение плоскости с конусом.

***Элементы эллипса***

***F1 и F2 – фокусы эллипса;***

***A1A2 – большая ось эллипса, проходит через его фокусы;***

***B1B2 – малая ось эллипса, перпендикулярна большей оси и проходит через ее центр;***

***A1O = OA2 = a – большая полуось эллипса;***

***B1O = OB2 = b – малая полуось эллипса;***

***точка O – центр эллипса, является пересечением большой и малой осей фигуры;***

***A1, A2, B1, B2 – вершины эллипса, точки пересечения кривой с осями.***

***Радиус эллипса (R) – отрезок, соединяющий центр фигуры с точкой на ее кривой (в формуле ниже φ – это угол между радиусом и большой осью).Радиус эллипса (формула)***

***Диаметр эллипса (d) – отрезок, который проходит через центр фигуры и соединяет две противоположные точки на ее кривой.***

***Фокальное расстояние (c) – половина отрезка, соединяющего фокусы эллипса.***

***Фокальные радиусы эллипса (r1 и r2) – отрезки, которые соединяют фокусы с точкой на кривой.***

***ra – перифокусное расстояние (минимальное расстояние от фокуса до точки на кривой эллипса);***

***rb – апофокусное расстояние (максимальное расстояние от фокуса до точки на эллипсе);***

***Эксцентриситет эллипсa (e) – растяженность фигуры, характеризуется отношением фокального расстояния к большей полуоси.Эксцентриситет эллипсa (формула)***

***Фокальный параметр эллипса (p) – отрезок, который соединяет фокус фигуры и точку на кривой, перпендикулярен ее большей полуоси.Фокальный параметр эллипса (формула)***

***Коэффициент сжатия эллипса (k) – определяется отношением малой полуоси к большой. Также называется эллиптичностью фигуры.Коэффициент сжатия эллипса (формула)***

***Сжатие эллипса (1 – k) – разность между единицей и эллиптичностью.Сжатие эллипса (формула)***

***Каноническое уравнение эллипса и пример***

Каноническое уравнение эллипса имеет вид http://mathprofi.ru/k/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost_clip_image096.gif, где http://mathprofi.ru/k/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost_clip_image098.gif – положительные действительные числа.

Пример:

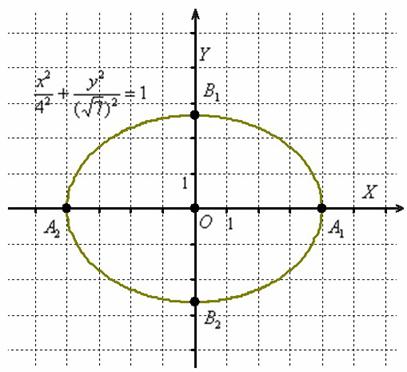
Построить эллипс, заданный уравнением http://mathprofi.ru/k/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost_clip_image102.gif

***Решение***: сначала приведём уравнение к каноническому виду: http://mathprofi.ru/k/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost_clip_image104.gif

Одно из преимуществ канонического уравнения http://mathprofi.ru/k/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost_clip_image096_0000.gif заключается в том, что оно позволяет моментально определить ***вершины эллипса***, которые находятся в точках http://mathprofi.ru/k/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost_clip_image106.gif.

Легко заметить, что координаты каждой из этих точек удовлетворяют уравнению. http://mathprofi.ru/k/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost_clip_image096_0001.gif

В данном случае: http://mathprofi.ru/k/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost_clip_image108.gif



Отрезок http://mathprofi.ru/k/linii_4.gif называют ***большой осью*** эллипса;

Отрезок http://mathprofi.ru/k/linii_5.gif – ***малой осью***;

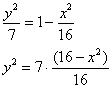
Число http://mathprofi.ru/k/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost_clip_image112.gif называют ***большой полуосью*** эллипса;

Число http://mathprofi.ru/k/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost_clip_image114.gif – ***малой полуосью***.

в нашем примере: http://mathprofi.ru/k/linii_9.gif

Существует два подхода к построению эллипса – ***геометрический и алгебраический***.

Из уравнения эллипса http://mathprofi.ru/k/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost_clip_image102_0000.gif выражаем:



Далее уравнение распадается на две функции:

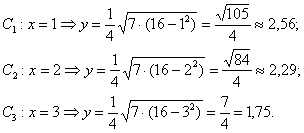
http://mathprofi.ru/k/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost_clip_image121.gif- определяет верхнюю дугу эллипса;

http://mathprofi.ru/k/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost_clip_image123.gif- определяет нижнюю дугу эллипса.

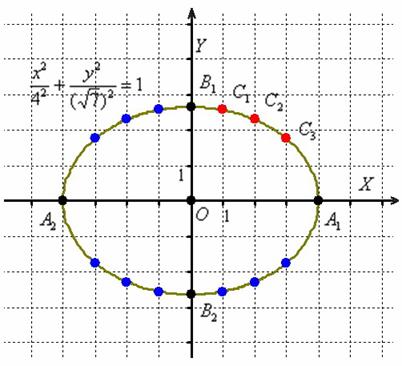
***Заданный каноническим уравнением эллипс симметричен относительно координатных осей, а также относительно начала координат****.*

*Далее:* http://mathprofi.ru/k/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost_clip_image125.gif

Напрашивается нахождение дополнительных точек с абсциссами:

**

*Отметим на чертеже точки (красный цвет), симметричные точки на остальных дугах (синий цвет) и аккуратно соединим:*

**

***Заключение.***

*Эллипс довольно интересная и весьма распространенная фигура. При ее изучении я узнала много новых способов ее применения.*

***Литература***

1. Н.А. Гордеенко. Черчение. Учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений. Москва. Издательство Астрель. 2003 г.
2. Энциклопедия для детей. Математика. Том 11.Москва. Аванта+. 2005 г.
3. Энциклопедия для детей. Астрономия. Том 8. Москва, Аванта+, 2001 г.
4. <http://ru.wikipedia.org/wiki/Эллипс>
5. <http://mathprofi.ru/linii_vtorogo_poryadka_ellips_i_okruzhnost.html>
6. <https://geometry2006.narod.ru/Art/Lecture3.htm>
7. <https://www.mathelp.spb.ru/book1/ellips.htm>